

ת.ג.:

מ"ט' מחברת:

מבחן באלגוריתמים

סמסטר א' תשע"ב, מועד ב'

תאריך: 21/2/09

מרצים: פרופ' עמוס פיאט, פרופ' מיכה שריר

מתרגלים: שי ורדי, אדם שפר

משך הבדיקה: 3 שעות.

חומר עזר מותר: דף A4 אחד, כתוב משני הצדדים.
במבחן 5 שאלות. יש לענות על כלן.

- תשובה נכון ב-90 נקודות, תשובה נכונה ומלואת על כל השאלה ב-100 נקודות.
- על התשובה לכל שאלה להופיע במסגרת המתאימה. יש להסתדר קצר בהסבירים ולא לחרוג מן המספרות שהוקצו להם.
- מחברת הבדיקה משתמשת כתווטא בלבד ולא תיבדק, אך יש להגישה עם המבחן.
- וודאו היטב את תשובה לפני כתיבתה בטופס המבחן. בסוף הטופס מצורפות שלוש מסגרות נוספת, לשימוש במרקם "חירום".
- והשובה לכל שאלה העוסקת באלגוריתם צריכה להיות עיליה ככל האפשר, ומלווה בהסביר מתאים.
- בכל השאלה המתיחסת לגרפים, אם לאמצוין אחרת, הכוונה לגרף פשוט (בליל לולאות ובלי קשתות מקבילות). בנוסף, אם לאמצוין אחרת, כל גרפ' מוצג ע"י רשימת שכנות.

בהצלחה!

		1
		2
		3
		4
		5

ת.ג.:

מס' מחברת:

שאלה 1

סעיף א' (25% מניקוד השאלה)

נתון גרף לא מקוון ($V, E = G$). תארו אלגוריתםיעיל למציאת כל הקודקודים בגרף אשר ניתן להציג מהם בדיקות ל-100 קודקודים נוספים בגרף (ניתן להציג מקודקוד ו אל קודקוד ו אם קיימים ביניהם מסלול).

יעילות:

אלגוריתם והסביר:

ת.ז.:

שם מחברת:

סעיף ב' (75% מניקוד השאלה)

נתון גרף מכוון $G = (V, E)$. תארו אלגוריתםיעיל למציאת כל הקודקודים בגרף אשר ניתן להציג מהם בדיקות ל-100 קודקודים נוספים בגרף (ניתן להציג מקודקוד ואל קודקוד ש אם קיימים מסלול מ- v אל u).

יעילות:

אלגוריתם והסביר:

שאלה 2

בעיהת Independent set מתוארת באופן הבא: בהנתן גרף לא מכוון $G = (V, E)$, מצאו קבוצה מקסימלית $S \subset V$ של קודקודים, כך שכל קשת ב- E נוגעת לכל היותר קודקוד אחד מ- S . (i) תארו תוכנית לינארית אשר אם נכיריה את המשתנים בה להיות שלמים נקבל את בעיה Independent set. (ii) חשבו את התוכנית הדואלית לה. (iii) תארו (במילים) את הבעיה שהיתה מתقبلת אם היינו מcriחים את המשתנים בתוכנית הדואלית לקבל ערכים שלמים.

תשובה:

שאלה 3**סעיף א' (1/3 מניקוד השאלה)**

הוכיחו או הפריכו: קיימת רשת זרימה $G = (V, E)$ אשר מכילה 7 קשתות עם קיבול 1 ועדי 30 קשתות עם קיבול 10, והזרימה המקסימלית בה הינה בגודל 39 (פרט ל 37 הקשתות הנתונות, אין קשתות נוספות ברשות).

פתרונות:

סעיף ב' (1/3 מניקוד השאלה)

הוכיחו או הפריכו: קיימת רשת זרימה $G = (V, E)$ אשר כל הקיבולים בה הם 1 או $\sqrt{2}$, קיימים ברשת מסלול בין המקור לבור שכל הקשתות שבו בעלות קיבול $\sqrt{2}$, והזרימה המקסימלית הינה בגודל 39.

פתרונות:

ת.ג.:

שם מחברת:

סעיף ג' (1/3 מניקוד השאלה)

הוכיחו או הפריכו: קיימת רשת זרימה $G = (V, E)$ שכל הקיבולים בה הם 1 או $\sqrt{2}$, קיימים ברשת חתך (לאו דווקא מינימלי) מהמקור אל הבור שכל הקשתות שלו בעלות קיבול $\sqrt{2}$, והזרימה המקסימלית הינה בגודל 39.

פתרונות:

שאלה 4

נתונים בנין עם n קומות ו- m אבטחים. ידוע שקיים מספר x כלשהו, כך שאם נורוק אבטיח מקומה x (או מקומה נמוכה ממנו) האבטיח ישירוד את הנפילה, אך אם נורוק את האבטיח מקומה גבוהה מ- x האבטיח יתנפץ. באבטיח שרד ניתן להשתמש לזריקות נוספות, אך לא באבטיח שהtnפץ. תארו אלגוריתם יעיל שモצא, עבור n, m נתונים, את מספר זריקות האבטחים המינימלי w שנורוק להן על מנת שכטו נגלה את הערך x . הנitionה אמרה להיות ביחס למקרה הגורע ביותר. כלומר, עבור כל תוצאה אפשרית שתתקבל מהזריקות שביצעונו, נזדקק לכל היותר $l-w$ זריקות כדי לקבוע מהו x . סדרת הקומות שבhn נשתמש אינה צריכה להיות קבועה מראש – כל קומה יכולה לבחור לאחר שידועות התוצאות של הזריקות הקודמות. רמז: הגדרו את $c[i, j]$ להיות מספר הזריקות המינימלי שנורוק לו כאשר בנין יש i קומות ויש לנו j אבטחים.

יעילות:

אלגוריתם והסבר:

שאלה 5**סעיף א' (50% מניקוד השאלה)**

נתונים גרף ממכוון $G = (V, E)$, פונקציית משקל על הקשתות $\mathbb{R} \rightarrow E : w$, וזוג קודקודים $s, t \in V$. ידוע שאין ב- G' מעגל שלילי. בנותף, 10 מקשות הגרף צבועות אדום. תארו אלגוריתםיעיל למציאת מסלול קל ביותר מ- s אל t , מבין המסלולים אשר מכילים לפחות חמישה קשותות אדומות. מעבר דרך אותה קשת אדומה x פעמיים נספר כ- x קשותות אדומות במסלול, ולא כאחת.

יעילות:**אלגוריתם והסביר:**

סעיף ב' (50% מניקוד השאלה)

נתונים גרף מכון $G = (V, E)$, פונקציית משקל על הקשתות $\mathbb{R} : E \rightarrow w$, וזוג קודקודים $s, t \in V$. ידוע שאין ב- G מעגל שלילי. בנוסף, 10 מקשות וגרף צבועות אדום. תארו אלגוריתםיעיל למציאת מסלול קל ביותר מ- s אל t , מבין המסלולים אשר מכילים לפחות חמישה קשתות אדומות. מעבר דרך אותה קשת אדומה x פעמים נספר כקשת אדומה אחת, ולא כ- x קשתות אדומות במסלול.

יעילות:

אלגוריתם והסביר:

מספר מחברת:

ת.ז.:

מסגרת "חירום" לשאלת מספר _____, סעיף _____:

מס' מחברת:

ת.נ.:

מסגרת "חירום" לשאלת מס' _____, סעיף _____:

מס' מהברת:

ת.ז.:

מסגרת "חירום" לשאלת מס' _____, סעיף _____: