



מבחן באלגוריתמים

סמסטר א' תשס"ט, מועד א'

תאריך: 6.3.09

מרצה: מיכה שריר

מתרגל: דן פלדמן

משך הבדיקה: 3 שעות.

חומר עזר מותר: דף A4 אחד, כתוב משני הצדדים.

ב מבחן 6 שאלות. יש לענות על כלן.

- תשובה נכון ומלואות על 5 מהשאלות יזכה אותו ב- 90 נקודות, ותשובה נכון על כל השאלות ב- 100 נקודות.
- התשובה לכל שאלה מורכבת בד"כ משני חלקים, שעל כל אחד מהם להופיע במסגרת המתאימה. יש להשתדל לקצר בהסבירם, ולא לחרוג מן המסגרות שהוקצו להם.
- מחברת הבדיקה משתמשת כתיווט בלבד, אך יש למסרה.
- ודאו היטב את תשובהכם לפני כתיבתה בטופס המבחן. בסוף הטופס מצורף זוג מסגרות נוספת, לשימוש במקרה "חירום".
- התשובה לכל שאלה העוסקת באלגוריתם צריכה להיות עיליה ככל האפשר, ומלווה בהסביר מתאים.
- בכל השאלה שמתיחסות לגרפים, אם לאמצו אחרת אז הכוונה לgraf פשוט (בלי לוויות ובלי קשתות מקבילות).

בהצלחה!

מ. ט.ז.

מ. מחברת

שאלה 1

נתון גרף מכוון $G = (V, E)$, המוצג ע"י רשימות שכנות, ונתונה תת-קבוצה $E' \subseteq E$ של קשתות "חשיבות".

תארו אלגוריתם יעיל ככל האפשר, הבודק אם קיים ב- G מסלול העובר דרך כל הקשתות של E' .

עלות:

אלגוריתם:

הסבר:

שאלה 2

יהא $G = (V, E)$ גרף לא מכוון מיוצג ע"י רשימות שכנות, עם משקל שלם (w) לכל קשת $E \in e$. לכל מספר ממשי x , נסמן ב- $(V, E^{(x)}) = G^{(x)}$ את תת הגרף המורכב מכל הקשתות שמשקלן לכל היותר x .
תארו אלגוריתם יעיל ככל האפשר המחשב את ה- x המקסימלי עבורו $G^{(x)}$ חסר מעגלים.

יעילות:

אלגוריתם:

הסבר:

מס. ת.ז.

מס. מחברת

שאלה 3

נתון גרף לא מכוון (V, E) המצווג ע"י רשימות שכנות, וצומת $V \in s$. לכל קשת $E \in e$ יש משקל שלם חיובי (e). לכל מסלול π בגרף היוצא מ- s נמדד את משקלו להיות המשקל המקסימלי של קשتب- π . תארו אלגוריתםיעיל ככל האפשר המחשב, לכל צומת $V \in \pi$, את המשקל המינימלי של מסלול $m-s$ ל- v .

עלויות:

אלגוריתם:

הסבר:

מס. ת.ז.

מס. מחברת

שאלה 4

נגיד את i y להיות השכפול של המחרוזת y עם עצמה i פעמים. למשל, $ababab = (ab)^3$. נגיד את כמות השכפולים במחuzeות x להיות z אם $^i y = x$ עבור איזושי מחרוזות y ו- z הוא מקסימלי עם תוכנה זו (כלומר y מינימלי).

תארו אלגוריתםיעיל ככל האפשר שמקבל כקלט מחרוזת $[n...1]P$ ומחשב לכל רישא $[i...1]P_i = P$ את כמות השכפולים ב- P . נתחו את זמן הוריצה של האלגוריתם.

יעילות:

אלגוריתם:

הסבר:

מס. ת.ז.

מס. מחברת

שאלה 5

נתון גוף מכובן $(V,E)=G$ על ידי רשימות שכנוויות, ומשקל (e,a) חיובי לכל $e \in E$. הגוף מייצג רשת תקשורת, כאשר כל צומת מייצג משתמש, וכל קשת מייצגת קשר ישיר בין שני משתמשים. משתמש u יכול לשולח הודעה למשתמש v אם קיים מסלול (מכובן) $u - v$ בgraf. משקל הקשת $E \in (v,u)$ הוא עלות הניתוק של הקשר הישיר בין המשתמשים u ו- v . כל צומת $V \in V$ מסווג כ"בוגר", "קטין", או "לא ידוע".

מטרתנו היא לחשב תת-קובוצה E' של קשתות הגוף כך שאם נמחק את כל קשתות E' מהגוף, לא יהיה מסלול ממשום צומת "קטין" לשום צומת "בוגר". תארו אלגוריתםיעיל ככל האפשר המקבל כקלט את G, w , ואת סיווג הצמתים, ומחזיר קבוצת קשתות E' המקיים את התוכנה לעיל, ועל כן משקל כולל מינימלי מבן כל הקבוצות המקיימות את התוכנה.

עלות:

אלגוריתם:

הסבר:

מס. ת.ז.

מס. מחברת

שאלה 6

נתונה קבוצה E של n אינטראולים על הישר $[a_1, b_1], \dots, [a_n, b_n]$ כשלכל אינטראול $[a_i, b_i]$ יש משקל חיובי w . תארו אלגוריתםיעיל ככל האפשר שמחשב תת-קבוצה E' של E עם משקל כולל מקסימלי כך שכל האינטראולים ב- E' זרים בזוגות (החיתוך של כל שניים ריק). (רמז: סדרו את האינטראולים בסדר עולה של נקודות הקצה הימניות שלהם, וקבעו נוסחת נסיגה עבור (j) , האופטימום עבור j האינטראולים הראשונים).

יעילות:

אלגוריתם:

הסבר: